Сингулярность как эзотерическая сторона структуры натуральных чисел

Г. Г. Рябов, В. А. Серов

***Аннотация*—Статья посвящена развитию представления структуры натуральных чисел как дискретной динамической системы на базе бильярдного графа и исследованию вводимого понятия сингулярности и множества сингулярных кругов, определенном на этой основе. Это позволяет рассматривать структуру натуральных чисел с более широких позиций геометрических и топологических конструкций и установить ряд ее особенностей. Доказаны свойства множеств пар натуральных в сингулярных кругах и из них выделены множества, состоящие из гольдбаховых пар простых. Представлена общая геометрия вложений сингулярных кругов друг в друга. Предложены конструктивные методы генерации сколь угодно больших сингулярных. Показано, что число сингулярных натуральных бесконечно и сингулярные вершины играют важную роль в индуцировании автоморфизмов кластерного типа в структуре натуральных. Исследована интервальная взаимозависимость расположения простых-близнецов и составных-близнецов, что стало основанием для выдвижения гипотезы о равномощности этих множеств.**

***Ключевые слова*—Натуральные числа, простые-близнецы, составные-близнецы, арифметические прогрессии, динамическая система, бильярдный граф, сингулярные числа, конструкции больших натуральных.**

I. Введение

Основываясь на достижениях современной математики в областях динамических систем (Д.В. Аносов) [1], бильярдных моделей (Я.Г. Синай) [2] и диофантовых уравнений (Ю.В. Матиясевич) [3], в [4-5] был предложен и развит подход к рассмотрению множества неотрицательных натуральных чисел как динамической дискретной системы на базе бильярдного графа BG. Граф построен на вершинах плоской решетки, маркированных натуральными (в порядке арифметических прогрессий $S2, S3, S4, S5, S6, S7$) и ребрах, соединяющих ближайшие по диагонали вершины решетки. Ребра имеют ориентацию от вершины с меньшим натуральным к вершине с большим (рис.1).

Статья получена 15 февраля 2018.

Г. Г. Рябов, НИВЦ, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия (e-mail: gen-ryabov@yandex.ru).

В. А. Серов, НИВЦ, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

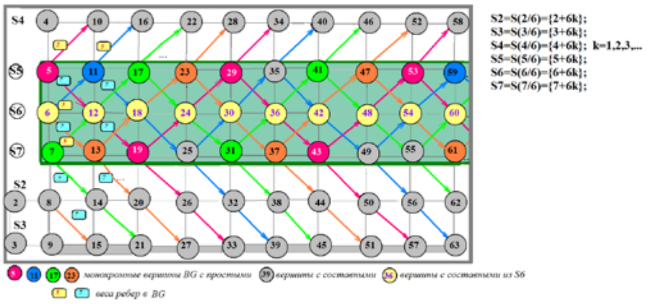

Рис.1 Начальный фрагмент “бильярдного графа” BG с раскраской множества вершин и множества ребер. Выделена полоса $S5, S6, S7$, которая ляжет в основу понятия сингулярность и определений *сингулярная вершина* и *сингулярный круг*.

Каждому ребру графа BG приписан целочисленный вес $q = |n_1 - n_2|$, где n_1 и n_2 – натуральные в инцидентных этому ребру вершинах BG. Вес q принимает лишь два значения: $q_1 = 5$ и $q_2 = 7$. В дальнейшем, при совместном использовании чисел 5 и 7 как натуральных, которыми маркированы вершины BG, они будут обычного шрифта, а **5** и **7** как веса ребер BG, будут выделены жирным шрифтом.

Пример: $5 + \mathbf{7}x_1 + \mathbf{5}x_2 = x_3$, при $x_1 = 3;\ x_2 = 2;$ $x_3 = 5 + \mathbf{7}*3 + \mathbf{5}*2 = 36 \in S6;$

Раскраска ребер BG в 4 цвета реализуется по цвету начальных вершин $BG \in S5$ или по цвету четырех периодических функций, введенных в [4-5]. Эти раскраски совпадают.

Итак, в полосе $S5, S6, S7$ BG – ориентированный, ациклический (без ориентированных циклов), полихромный граф с вершинами, маркированными натуральными из прогрессий $S2$ - $S7$ и взвешенными ребрами ($q_1 = 5; q_2 = 7$). Все кратчайшие пути между вершинами таких графов однозначны.

II. Регулярные и сингулярные вершины BG.

В полосе $S5, S6, S7$ для вершин $BG \in S6$ вводится определение регулярной и сингулярной вершин.

Определение. Регулярная вершина BG маркирована натуральным из $S6$ и имеет среди двух предшествующих в BG вершин, по крайней мере, одну маркированную простым. Если обе из предшествующих вершин маркированы натуральными-составными, то такая вершина называется сингулярной.

Соответственно, и числа – регулярное натуральное и сингулярное натуральное.

Замечание. Множество натуральных $\{6,12,18,..,120\} \in S6$ не содержит сингулярных натуральных.

Наименьшее сингулярное – это число 126: 119=7*17; 121=11*11. Сингулярных натуральных бесчисленно много, даже только в полосе $S5$, $S6$, $S7$. Ниже будут изложены методы построения сколь угодно больших сингулярных. Будем использовать “s” как признак сингулярности натурального n.

Определение. Множество натуральных в полосе $S5$, $S6$, $S7$, $\min S6 = 6$, $\max S6 = ns$ (сингулярное), представленное в виде круга с диаметром $D = ns - 6$ и расположенными вдоль верхней дуги полукруга вершинами $S5 = \{5,11,17,23,..,ns-7\}$, нижней дуги–вершинами $S7 = \{7,13,19,25,..,ns-5\}$ и вдоль горизонтального отрезка – вершинами $S6 = \{6,12,18,..,ns-6\}$, будем называть сингулярным кругом.

Обозначение сингулярного круга, индуцируемого натуральным ns: $OS - n$. На рис.2 показан круг $OS-126$ (как отображение полосы $S5$, $S6$, $S7$).

Семейство пар $\Theta(p/p)$ (p/p –простое-простое) в круге совпадает с семейством пар Гольдбаха (g-пары) для множества натуральных из $OS - n$. Отсюда, доказательство утверждения:

$$\forall OS - n : \Theta(p/p) \neq \varnothing$$

равносильно доказательству бинарной гипотезы Гольдбаха для четных натуральных из $S6$ в полосе $S5$, $S6$, $S7$.

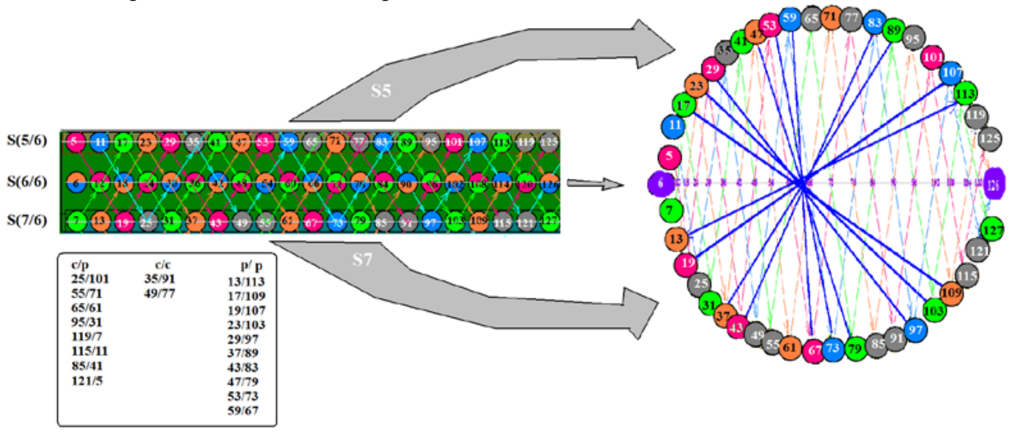

Рис.2 Бильярдный граф BG до сингулярной вершины $ns = 126$ отображен в сингулярный круг $OS-126$. В круге синим цветом отмечены диаметры в семействе натуральных ($p + p = 126$). В рамке представлены все три семейства пар $\Theta(c/p)$, $\Theta(c/c)$, $\Theta(p/p)$ (c/p –составное-простое, c/c –составное-составное, p/p –простое-простое), дающих в сумме 126.

III. Вложения сингулярных кругов

На основе определения сингулярных кругов легко показать геометрию их взаимного расположения в пространстве R^2 (без геометрии последовательностей маркированных вершин BG и ограничиваясь лишь указанием к каким кругам $OS - n$ принадлежат некоторые натуральные). Для удобства визуализации такой геометрии выбрана логарифмическая шкала для диаметров сингулярных кругов (рис.3).

m	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2^m	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768	65536
ns	150	294	522	1032	2052	4110	8202	16392	32772	65538
$\|2^m\text{-}ns\|$	22	38	10	8	4	14	10	8	4	2

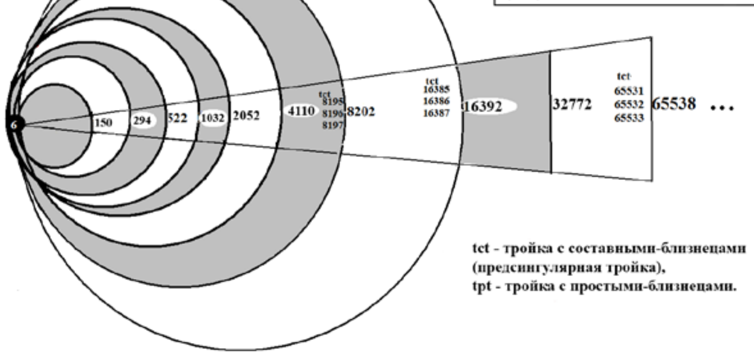

Рис.3 Вложенные сингулярные круги с «почти удвоенными диаметрами». Получение следующего сингулярного числа: $2^{(m-1)} * 2 = z$ и поиск ближайшего сингулярного справа от z, по условиям для tct. Приведенная вместе с рисунком таблица дает основания на ограниченность поиска по отношению к диаметру круга.

IV. Взаимное расположение троек tct и tpt

Расположение троек tct и tpt полностью идентично расположению пар простых-близнецов и сингулярных вершин, которое показано до $ns = 1500$ в таб. 1.
На основании этих данных можно выдвинуть *гипотезу*: в полосе $S5, S6, S7$ мощности множеств троек tct и tpt совпадают.

V. Методы конструкции сколь угодно больших NS

Поскольку из таб. 1 следует корреляция в расположении между тройками tpt и tct, рассмотрим специальные методы конструкции tct, основанные на определении сингулярных вершин BG. Пусть тройка $tct = x_1, x_2, x_3$ – три слова над алфавитом $A = \{0,1,2,..,9\}$: $x_1 = aaa..a5$, $x_2 = aaa..a6$, $x_3 = aaa..a7$, где $a \in A$. Тогда достаточные условия для этой тройки чтобы быть tct, в смешанной (математической логики и теории чисел) форме:

$$\#(a \in x_1) = \#(a \in x_2) = \#(a \in x_3),$$
$$\#(a \in x_2) \equiv 0 (\bmod 6),$$
$$x_3 \equiv 0 (\bmod 7),$$

где $\#(a \in x)$ означает число символов a в слове x, которое используется в дальнейшем как натуральное в десятичной системе.

Этим условиям, например, удовлетворяет тройка: $x_1 = 6666665,\ x_2 = 6666666,\ x_3 = 6666667$ $(ns = 6666672)$ и целое семейство троек $tct \to \infty$. По аналогии с этим примером легко представить и более гибкие методы конструкций, приводящие к другим тройкам tct. Приведем пример смешанной символьно-числовой конструкции натуральных tct. Символ " означает приписывание следующего символа к слову, которое в дальнейшем рассматривается как число.

Таблица 1. Последовательность для сопоставления пар простых-близнецов и пар составных-близнецов в полосе $S5, S6, S7$: пара простых-близнецов – ближайшая сингулярная вершина (пара составных-близнецов). Простые-близнецы отделены косой чертой /, сингулярные натуральные взяты в рамку.

5/7= $\boxed{126}$; 107/109= $\boxed{150}$; 137/139= $\boxed{192}$; 149/151= $\boxed{222}$; 197/199= $\boxed{252}$; 227/229= $\boxed{294}$; 269/271= $\boxed{306}$; 311/313 = $\boxed{348}$; 347/349= $\boxed{432}$;

431/433 = $\boxed{480}$; 461/463= $\boxed{522}$; 521/523= $\boxed{558}$; 569/571= $\boxed{588}$; 599/601= $\boxed{630}$; 617/619= $\boxed{642}$; 641/643= $\boxed{798}$; 659/661= $\boxed{810}$; 809/811= $\boxed{822}$;

821/823= $\boxed{840}$; 827/829= $\boxed{852}$; 857/859= $\boxed{876}$; 881/883= $\boxed{1008}$; 1019/1021= $\boxed{1032}$; 1031/1033= $\boxed{1050}$; 1049/1051= $\boxed{1062}$; 1061/1063= $\boxed{1086}$;

1091/1093= $\boxed{1152}$; 1151/1153= $\boxed{1212}$; 1229/1231= $\boxed{1278}$; 1277/1279= $\boxed{1320}$; 1289/1291= $\boxed{1362}$; 1301/1303= $\boxed{1386}$; 1319/1321= $\boxed{1422}$; 1427/1429 = $\boxed{1482}$; 1481/1483= $\boxed{1500}$

Слоги из пары букв ab: $(a+b) \equiv 0(\bmod 6)$, $ab \equiv 0(\bmod 7)$.

$a = 4, b = 2.\ \ a + b = 4 + 2 = 6;\ ab = 42;$

	tct			tct		
42"5	425			42425		
42"6	426	$\to$	$ns = 432;$	42426	$\to$	$ns = 42432;$
42"7	427			42427		

Таким образом, троек натуральных не только бесконечно много, но и выше приведены конструктивные приемы для построения сколь угодно больших ns. Если верна гипотеза о равномощности множеств троек tct и tpt и троек tct бесконечно много, то отсюда следует: *множество простых-близнецов для* $n \ge 5$ ***бесконечно.*** В дальнейшем представляется перспективным перенос свойств сингулярности на *сингулярные сферы*. Эскиз такой сингулярной сферы для $ns = 126$ приведен на рис.4 . На нем показано как граф BG из полосы $S5, S6, S7$ «аранжирован» натуральными из вершин $S2, S3, S4$.

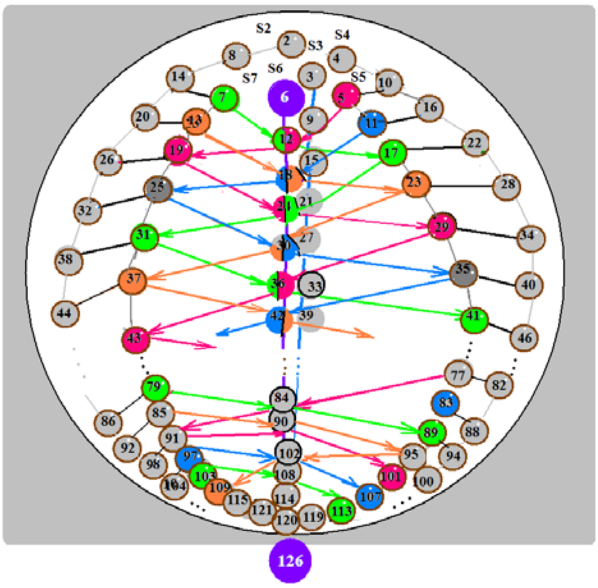

Рис. 4 Эскиз сингулярной сферы-126.

VI. Заключение

Введение понятия сингулярности натуральных и геометрии сингулярных кругов позволило дуализировать участие в структуре натуральных и простых-близнецов, и составных-близнецов, выявить автоморфизмы кластерного вида для дальнейшего анализа структуры натуральных. Приведенные примеры построения сколь угодно больших сингулярностей открывают дорогу смешанным приемам с использованием теоретико-числовых инструментов и математической логики в работе над словами над конечным алфавитом.

Библиография

[1] Аносов Д.В. Гладкие динамические системы // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления. 1985. т. 1, с. 151-240.

[2] Бунимович Л.А., Синай Я.Г., Чернов Н.И. Статистические свойства двумерных гиперболических биллиардов. Успехи мат. наук, 1991. т. 46, вып. 4 (280), с. 43-92.

[3] Матиясевич Ю. В. Что можно и что невозможно делать с диофантовыми проблемами. Труды МИАН, 2011. т. 275, с. 128–143.

[4] Рябов Г.Г., Серов В.А. Бесконечные арифметические прогрессии и глобальные деревья в структуре натуральных. // International Journal of Open Information Technologies. 2017. т. 5, № 6, с. 1-5. http://injoit.org/index.php/j1/article/download/441/411

[5] Рябов Г.Г. Представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени. // International Journal of Open Information Technologies. 2017. т. 5, № 8, с. 27-34. http://injoit.org/index.php/j1/article/download/464/441

Singularity as esoteric side of the natural numbers structure

G. G. Ryabov, V. A. Serov

***Abstract*—The article concerns the structure of natural numbers as a discrete dynamical system based on the billiard graph and the research of the introduced singularity concept and the set of singular circles. It allows to consider the structure of natural numbers from wider positions of geometrical and topological constructions and to establish a number of interesting properties. The properties of the sets of natural numbers pairs in singular circles are proved and the sets consisting of the Goldbach primes pairs are distinguished from them. The general geometry of the singular circles embeddings into each other is presented. The constructive methods for arbitrarily large singular numbers generation are offered. It was shown that the number of singular natural numbers is infinite and singular vertices play an important role in inducing cluster-type automorphisms in the structure of natural numbers. The interval interdependence of the arrangement of prime twins and composite twins was investigated, which became the basis for the hypothesis of equal power of these sets.**

***Keywords*—set of natural numbers, prime numbers, composite numbers, arithmetical progression, dynamical system, billiard graph, singular numbers.**