

Свойства натуральных как динамической системы дискретного времени и бинарная гипотеза Гольдбаха.

Г.Г.Рябов, В.А.Серов НИВЦ МГУ

Введение.

- Фундаментальные основы направления динамических систем заложены *Андроновым и Понтрягиным*. В 1957 году академик *Понтрягин* прочитал на мехмате МГУ курс лекций по качественной теории дифференциальных уравнений (КТДУ).
- В 80-ых годах *академик Д.В.Аносов* дал исчерпывающее обобщение этого направления в книге «*Гладкие динамические системы*».
- Глубокие результаты получены *академиком Я.Г.Синаем* и его сотрудниками в области гиперболических билиардов.

Введение в презентацию.

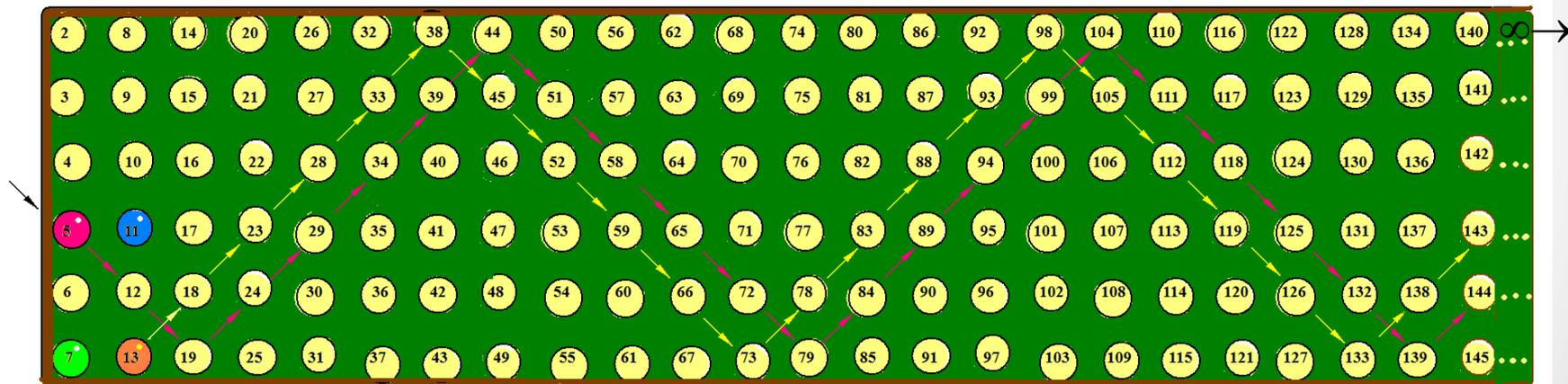
- Целью данной презентации является изложение методов использования представления натуральных чисел как динамической системы дискретного времени для изучения аддитивных свойств натуральных и в том числе в рамках бинарной гипотезы Гольдбаха. Текст –естественное продолжение тематики статьи: *Г.Рябов*. Представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени. INJOIT.8,2017
- Презентация не претендует на изложение универсального метода *перечисления всех пар Гольдбаха (g-пар) для произвольного четного*, скорее демонстрирует взгляд на гипотезу Гольдбаха с позиций динамических систем.

Начало построения «бильярдного» графа.

- Основа построения-периодическая таблица натуральных чисел, состоящая из шести строк и счетного числа столбцов:
 $T_{\infty}(N+0/6)=T(N/6)$.
- Каждая строка таблицы- возрастающая последовательность членов бесконечной арифметической прогрессии с разностью 6 и начальными членами (2;3;4;5;6;7):
 $S(2/6), S(3/6), S(4/6), S(5/6), S(6/6), S(7/6)$;
- Каждый столбец-шесть последовательных натуральных;
- Числа таблицы отображены в вершины плоской стандартной квадратной решетки и задают маркировку вершин строящегося графа.(рис 1)

Понятие «бильярдного» графа на $T(N/6)$.

Вершины графа маркированы натуральными в соответствии с прогрессиями $S(2/6)$ - $S(7/6)$. Ориентированные ребра соединяют соседние по диагонали вершины с ориентацией от вершины с меньшим натуральным к вершине с большим. Удар по шару под углом $\pm\pi/4$ по отношению к борту.



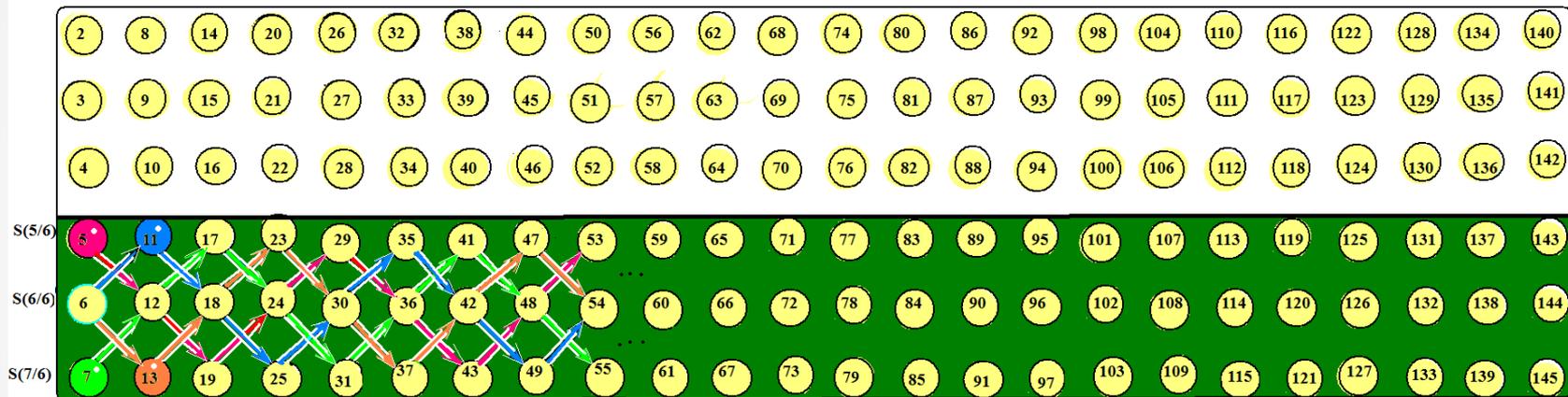
направление удара по шару

Примеры бильярдных траекторий, при ударе по шару под углом $\pm 45^\circ$ по отношению к борту.

Введение функций sib , cob , sib , cob

- Названия функций:
- Синус бильярдный- sib ; косинус бильярдный cob ;
- Синус бильярдный зеркальный sib ;
- Косинус бильярдный зеркальный cob ;
- Функции определены на множестве натуральных вида $6n$ и принимают значения на множестве натуральных, являющихся объединением членов 3-х бесконечных арифметических прогрессий $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$ с разностью 6.
- функции определены на подмножестве таблицы натуральных $T_\infty(N/6)$, состоящего из прогрессий $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.
- Соединив отрезками прямых попарно последовательные значения введенных функций и придав этим отрезкам ориентацию от меньшего натурального к большему, получим граф бильярдной траектории шара при виртуальном ударе по нему из позиций с натуральными 5,6,7 под углом $\pi/4$ (по отношению к бортам стола) и идеальных условиях (незатухающие отражения шара от противоположных бортов и угол падения равен углу отражения).

Поведение периодических ф-ий в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.



$sib(6)=6$; $sib(12)=11$; $sib(18)=18$; $sib(24)=25$; $sib(30)=30$;... \rightarrow
 $cob(6)=5$; $cob(12)=12$; $cob(18)=19$; $cob(24)=24$; $cob(30)=29$;... \rightarrow

$\underline{sib}(6)=6$; $\underline{sib}(12)=13$; $\underline{sib}(18)=18$; $\underline{sib}(24)=23$; $\underline{sib}(30)=30$;... \rightarrow
 $\underline{cob}(6)=7$; $\underline{cob}(12)=12$; $\underline{cob}(18)=17$; $\underline{cob}(24)=24$; $\underline{cob}(30)=31$;... \rightarrow

Период функций- 24.

$sib, \underline{sib}, cob, \underline{cob}$ определяют цвета ребер ВГ в полосе $S(5/6)$, $S(6/6)$, $S(7/6)$.

Периодические функции в полосе

$$S(5/6), S(6/6), S(7/6),$$

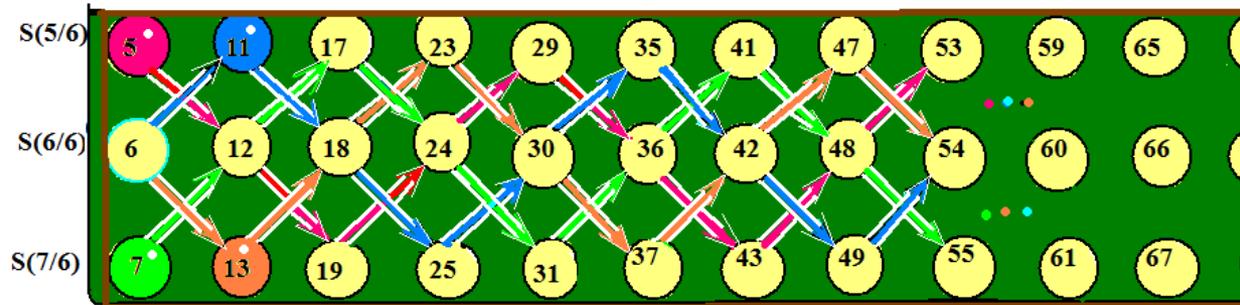


рис.2. Периодические функции в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.

$sib(6)=6$; $sib(12)=11$; $sib(18)=18$; $sib(24)=25$; $sib(30)=30$;... \rightarrow
 $cob(6)=5$; $cob(12)=12$; $cob(18)=19$; $cob(24)=24$; $cob(30)=29$;... \rightarrow
 $\underline{sib}(6)=6$; $\underline{sib}(12)=13$; $\underline{sib}(18)=18$; $\underline{sib}(24)=23$; $\underline{sib}(30)=30$;... \rightarrow
 $\underline{cob}(6)=7$; $\underline{cob}(12)=12$; $\underline{cob}(18)=17$; $\underline{cob}(24)=24$; $\underline{cob}(30)=31$;... \rightarrow

Период функций- 24.

$sib, \underline{sib}, cob, \underline{cob}$ определяют цвета ребер BG в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.

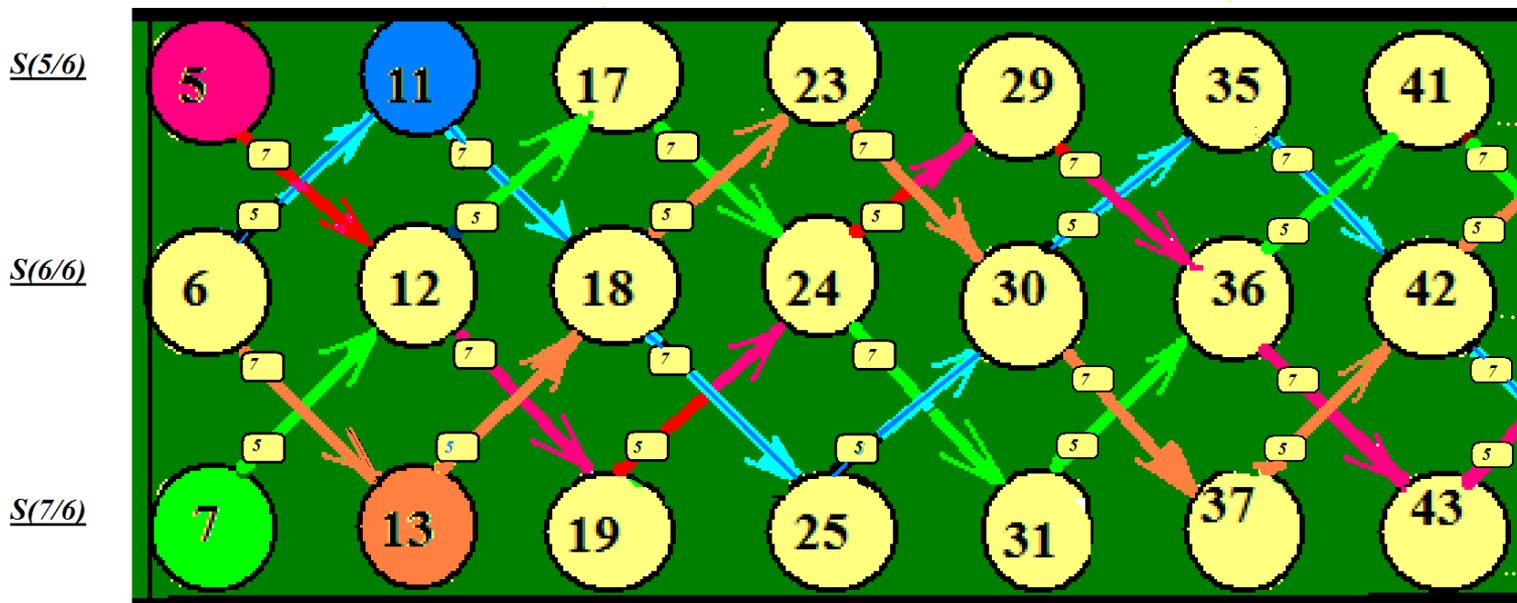
Раскраска ребер «бильярдного» графа ВГ.

- Все ребра бильярдного графа раскрашены в 4 цвета в соответствии с принадлежностью к sib-синий, sov-красный, sib-желтый, sov-зеленый.
- Вершины, инцидентные ребрам одного цвета-монохроматические (этого цвета), -разного цвета-дихромные (синий-желтый, красный-зеленый).
- Все простые только среди монохроматических вершин.

Маркировка ребер «бильярдного» графа

ВГ.каждому ребру приписывается вес $|n_1 - n_2|$

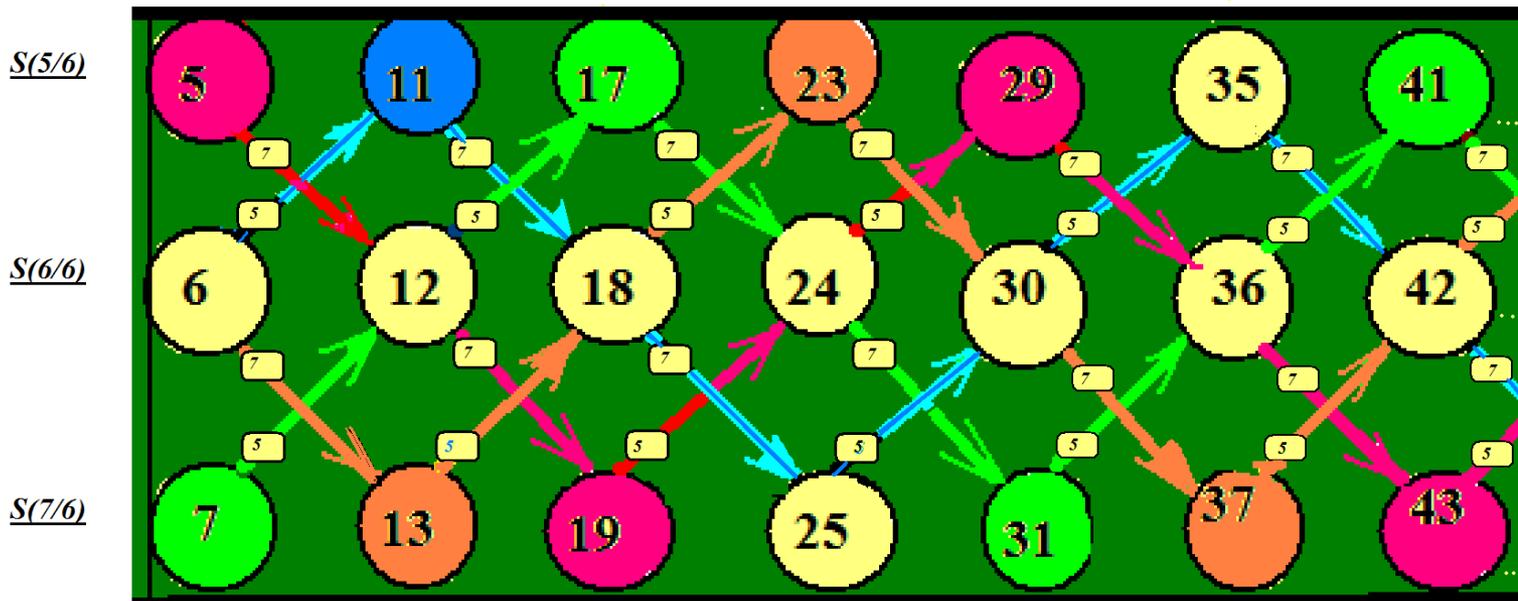
cob → *cob* *sib* → *sib* →



веса и окраска ребер ВГ

Окраска ребер и вершин ВГ

cob → *cob* → *sib* → *sib* →



веса и окраска ребер и вершин ВГ

Полиморфизм периодической $T(N/6)$ и бильярдного графа BG на ней

- Взаимное влияние между простыми и составными натуральными в структуре 6-ти арифметических прогрессий на основе бинарных отношений в полугруппах по сложению и умножению
- BG на $T(N/6)$ отражает колебательный периодический процесс-результат действия групп осевых, зеркальных и трансляционных симметрий на N .

Хромодинамика натуральных

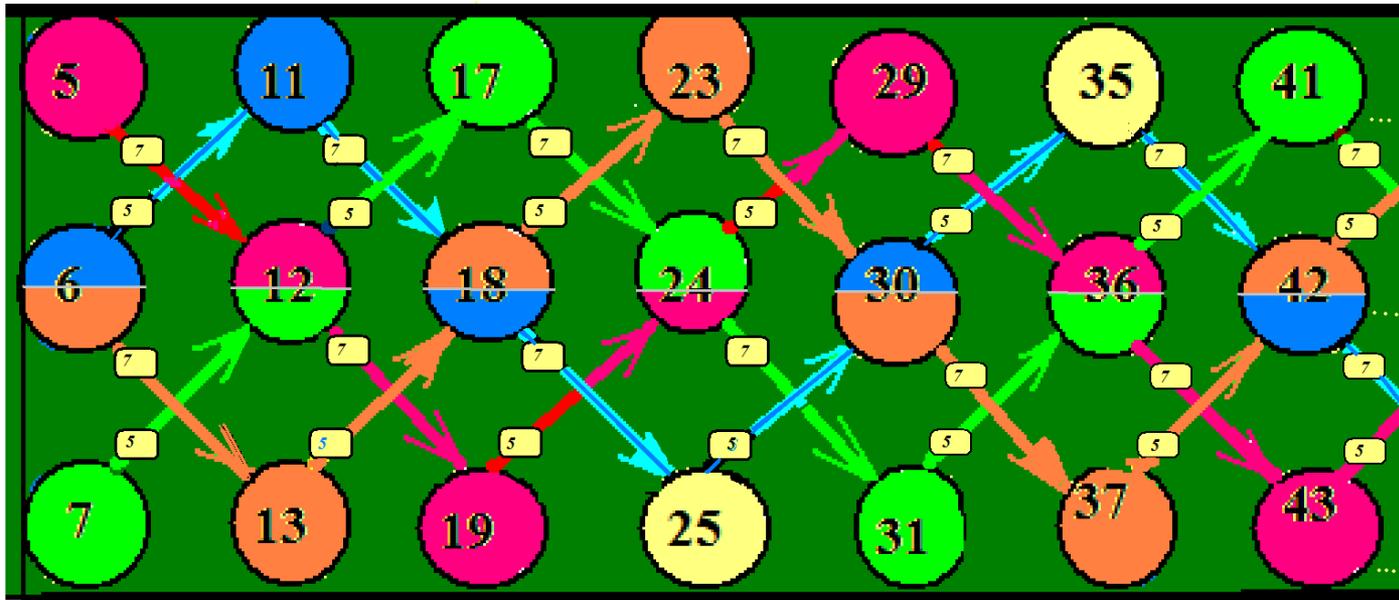
cob → *cob* → *sib* → *sib* →

монохромные и дихромные вершины BG

S(5/6)

S(6/6)

S(7/6)



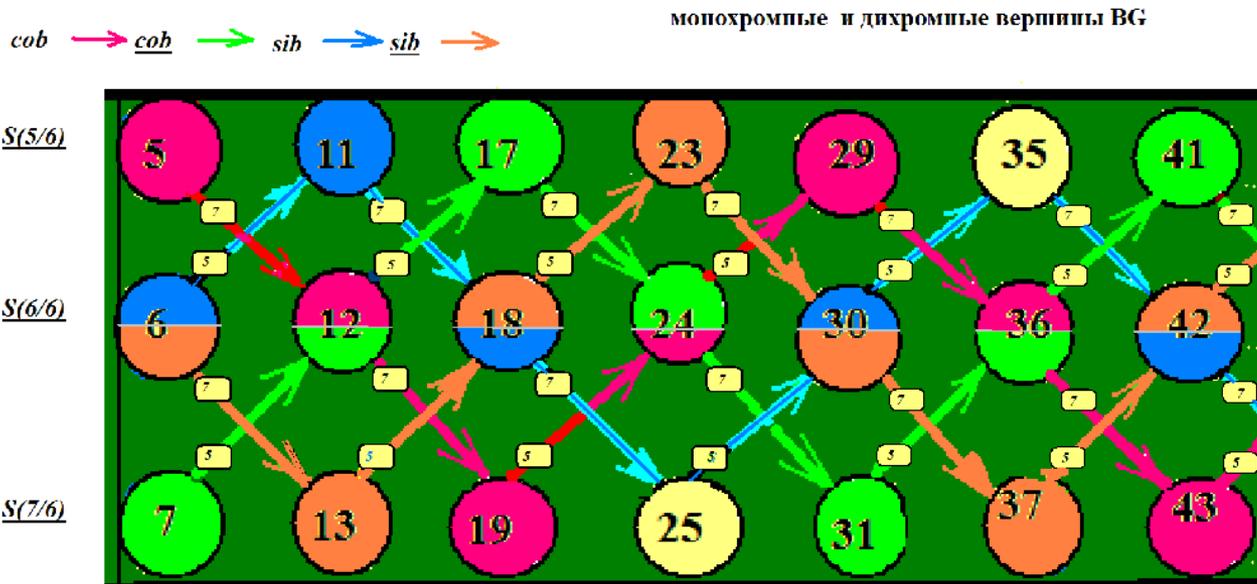
веса и окраска ребер и вершин BG

VG-пространство фазовых траекторий в при движении по кратчайшим путям между вершинами.

- VG-ориентированный, полихромный и ациклический \rightarrow кратчайший (по ребрам) путь (он же и часть бильярдной траектории VT) между двумя вершинами *единственен*.
- Рассмотрим действие = движение по VT с постоянной скоростью прохождения одного ребра VG за 1 дискретного времени.
- Тогда для VT (начавшейся в вершине с натуральным $n(t_0)$ в момент t_0 и окончившей движение в момент T в вершине с натуральным $n(T)$):
- $n(t_0) + \sum q(t_i) \Delta t_i = n(T)$; где $T = \sum \Delta t_i$; \rightarrow дискретный вариант интегрирования Фейнмана по фазовым траекториям.

Отображение в слова над алфавитом $A=\{5;7;v;\wedge\}$

5;7-веса ребер ВГ; v-отражение от нижнего борта; ^-от верхнего.



веса и окраска ребер и вершин ВГ

- 5 $77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55$
- 7 $55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77$
- 11 $77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55$
- 13 $55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77$

Еще раз о движении по ВТ

За единицу дискретного времени точка(шар) проходит одно ребро ВГ. Встреча в одной вершине (с натуральным) разных по цвету ВТ в один момент времени *невозможна* так же как у Фейнмана нахождение в одном состоянии двух элементарных частиц. (СМ. $S(6/6)=12,18,24,\dots$) Отсюда вопрос-о синхронизации движения.



Автосинхронизация-параллельные коридоры без столкновений

Биллардные траектории ($\pi/4$) в структуре натуральных чисел Полубесконечный стол для карамболя и 4 шара с простыми 5,11,17,23

состояние в дискретное $t=4$

Semy groups of infinitary progressions
 $S(2) S(3) S(4) S(5) S(6) S(7)$



Г.Г.Рябов Представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени.injoit/8/2017

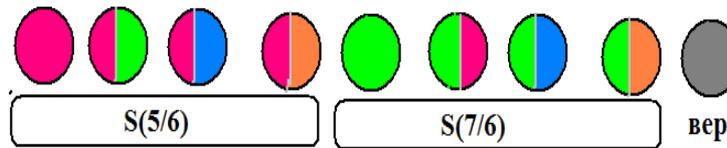
Проблема Гольдбаха для $n \in S(6/6)$ -деление на регулярные и сингулярные вершины.

- Определения: Регулярная вершина $v(n); n \in S(6/6)$ -одна из предшествующих вершин (на ребре с весом $q=5$ или $q=7$) маркирована простым p . Тогда решение G-проблемы-тривиально: $n=p+q$.
- Сингулярная $v(n); n \in S(6/6)$ -обе предшествующих вершины с натуральными-составными
- Для первой сотни натуральных таких вершин в ВТ нет
- На следующем слайде начальный этап появления на ВТ сингулярных вершин.

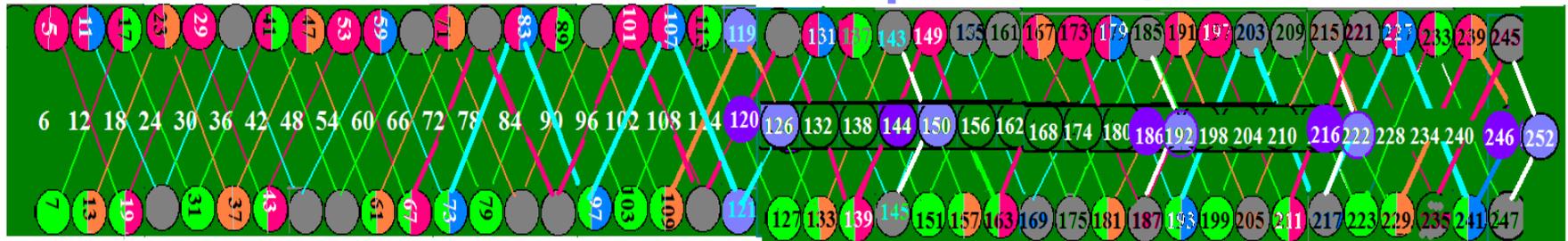
Начальный этап появления на ВТ сингулярных вершин в $S(6/6)$.

Сингулярные вершины помечены сиреневым цветом. 126; 150; 192; 222; 252;...

окраска в 9 цветов



119 126 143 150 185 192 215 222 245 252



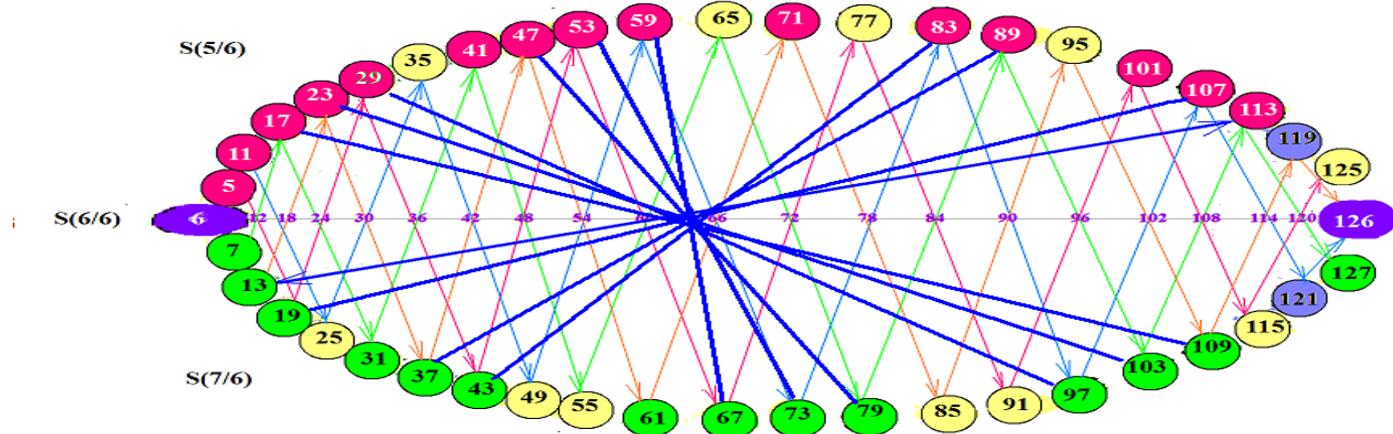
121 145 187 217 247

Пояснение графики овала

ЭКВИДИСТАНТНОСТИ

- Для более наглядного представления трансформируем изображение полосы $\{S(5/6), S(6/6), S(7/6)\}$ в овальную форму, сохранив порядок следования вершин вдоль изогнутых бортов и используя только четыре цвета для окраски вершин: красный-для простых $n \in S(5/6)$, зеленый-для простых $n \in S(7/6)$, светложелтый-для составных $n \in \{S(5/6), S(7/6)\}$, сиреневый для с-вершин $n \in S(6/6)$.
- Определение. Овал эквидистантности –графическое соединение эквидистантных (от б и с-вершины) простых из $S(5/6)$ и $S(7/6)$, дающих в сумме натуральное в с-вершине.

Сингулярная вершина 126

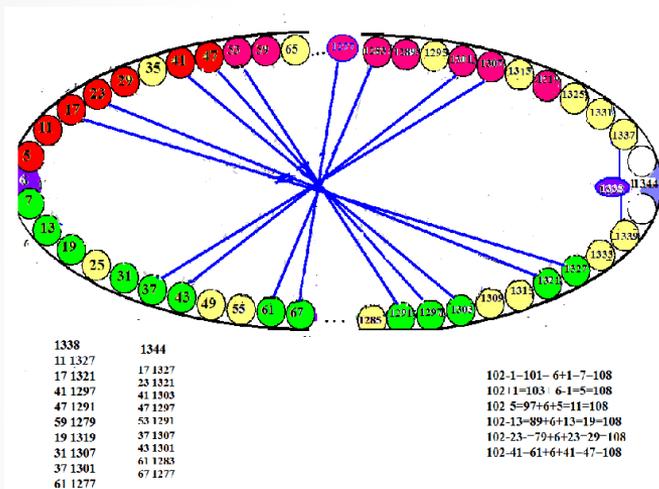


- * 126-*sn*-число в сингулярной вершине (предшествующие в ВГ: $119=7 \times 17$; $121=11 \times 11$;
- * Каждому натуральному n соответствует единственное дополнительное n' такое, что $n+n'=sn$; В нашем случае $\{(5,121), (7,119), (11,115), (13,113), \dots\}$
- * Первые три пары не могут быть *g*-парами для 126, т.к. 121, 119, 115-составные
- * Пройдя по всему овалу и отбирая только пары дополнительных простых, будет реализовано локальное решето на овале.
- * Однако рассмотрим иной путь. Будем двигаться от *sn* в противоположном направлении к ориентации ребер в ВГ. Попав в вершины 119 и 121-составные мы можем сразу исключить 5 и 7 из любых пар. На следующем шаге мы однозначно встретим по крайней мере одно простое, т.к. 120 в регулярной вершине
- * Так 113-простое, 115-составное
- * Доп. простое к 113 $n'=13$ (левая сторона овала занята всегда 5-ью простыми из $S(5/6): \{5, 11, 17, 23, 29\}$; и 3-мя простыми из $S(7/6): \{7, 13, 19\}$;
- * Таким образом доказано, что для "изолированной" *sn* *G*-гипотеза верна.
- * "Изолированная" в смысле, что $n_1 = sn - 12 - 1$; и $n_2 = sn - 12 + 1$; не являются одновременно составными.

Пары Гольдбаха для $n \in S(6/6)$,

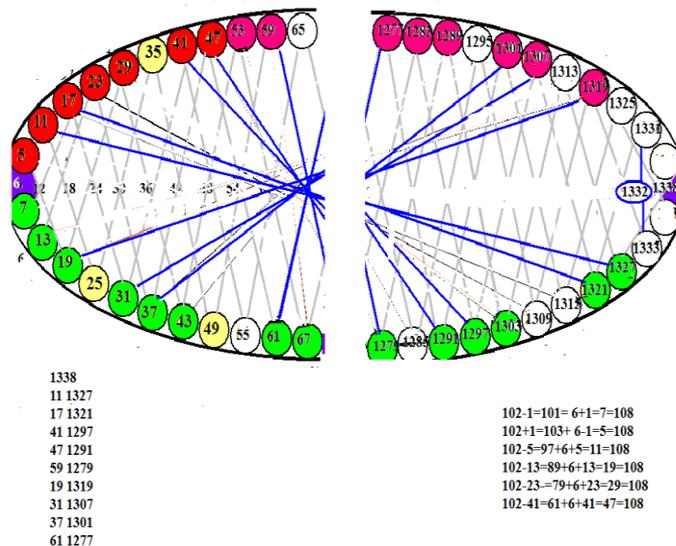
вычисленные методом ЭКВИДИСТАНТНОСТИ

1344



102-1-101-6+1-7=108
 102+1=103-6-1=5=108
 102-5=97+6+5=11=108
 102-13=89+6+13=19=108
 102-23=79+6+23=29=108
 102-41=61+6+41=47=108

1338



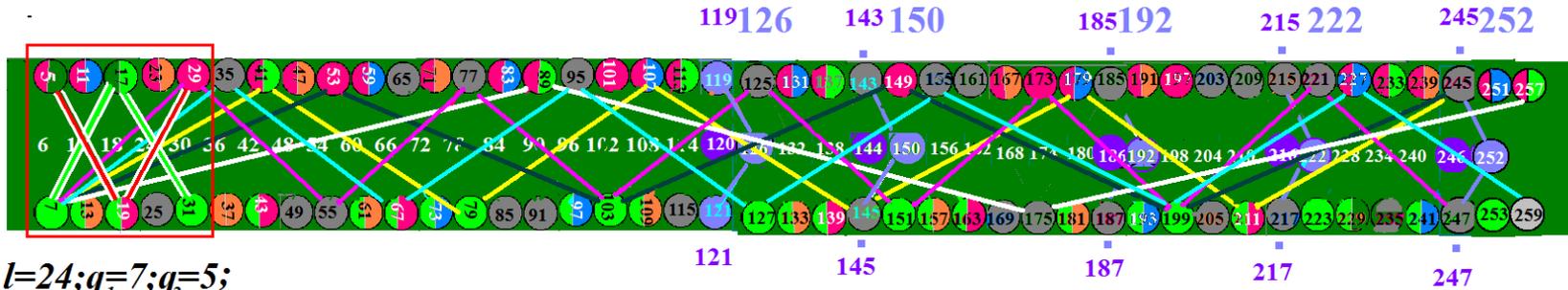
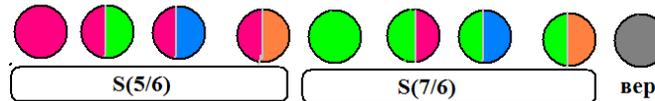
102-1=101=6+1=7=108
 102+1=103+6-1=5=108
 102-5=97+6+5=11=108
 102-13=89+6+13=19=108
 102-23=79+6+23=29=108
 102-41=61+6+41=47=108

$1344 = \{17/1327; 23/1321; 41/1303; 47/1297; 53/1291; 37/1307; 43/1301; 61/1283; 67/1277 \dots\}$

$1338 = \{11/1327; 17/1321; 41/1297; 47/1291; 59/1279; 19/1319; 31/1307; 37/1301; 61/1277 \dots\}$

Длины кусочно-линейных волн

окраска в 9 цветов



$l=24; q_1=7; q_2=5;$

разные длины волн-разные веса ребер ВГ

$l; 2q_1, 2q_2$ $\textcircled{12}=4+8;$ $\textcircled{18}=7+11;$ $\textcircled{24}=10+14;$ $\textcircled{30}=13+17;$ $\textcircled{36}=16+20;$ $\textcircled{42}=19+23;$
5/7 8/10

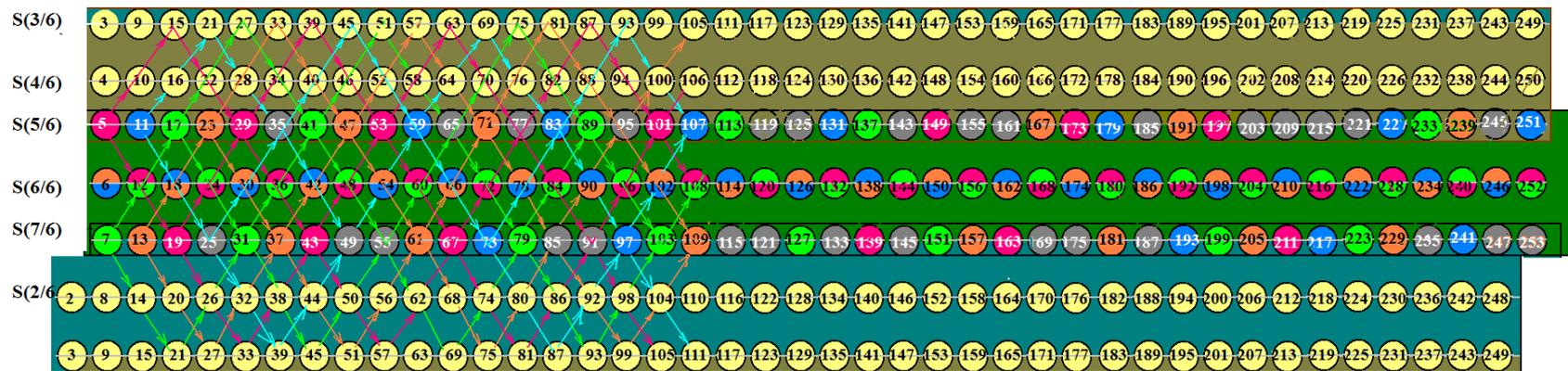
$l; 2q_1, 2q_2$ $\textcircled{48}=22+26;$ $\textcircled{54}=25+29;$ $\textcircled{60}=28+32;$ $\textcircled{66}=31+35;$ $\textcircled{72}=34+38;$ $\textcircled{78}=37+41;$
11/13 14/16 17/19

$l; 2q_1, 2q_2$ $\textcircled{84}=40+44;$ $\textcircled{90}=43+47;$ $\textcircled{96}=46+50;$ $\textcircled{102}=49+53;$ $\textcircled{108}=52+56;$ $\textcircled{114}=55+59;$ $\textcircled{120}=58+62;$ $\textcircled{126}=61+65$
20/22 23/25 26/28 29/31

Интегрирование вдоль фазовых траекторий по Фейнману.

- Состояние системы в момент $T \rightarrow v(T) \rightarrow$ натуральное $n(v(T))$ при условии, что $n(v(t_0))$ в момент t_0 ;
- При ед. длине волны ($l=24$) $\rightarrow \{q_1=7; q_2=5\}$; ур-ие движения:
 $n(v(T))=n(v(t_0))+\sum q_m(t_i)\Delta t_i$; $T=\sum \Delta t_i$; $\Delta t_i=1$;
- Пусть $n(v(t_0))=p=11$, $n(v(T))=n=78 \in S(6/6)$;
- Тогда для $67=7+7x+5y=7+7 \times 5+5 \times 5$;
- И диофантово уравнение $78=11+7+7x+5y$; **11**-маркировка исходной вершины BG , 5 и 7-веса ребер на кратчайшем пути в BG 5-число ребер с соотв. весом.

Общая картина хромодинамики (ХДН) на $T(N/6)$



*Общая картина хромодинамики на $T(N/6)$. Ребра BG показаны до вершин с натуральными до 100.

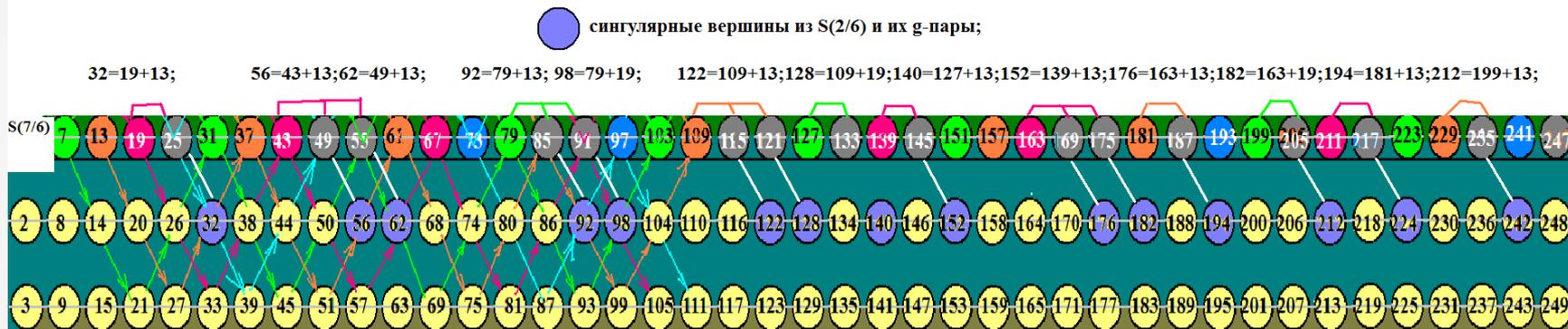
*Вершины с простыми-монохромные (● ● ● ●), вершины в $S(5/6), S(7/6)$ с составными -серого цвета (●), вершины в $S(6/6)$ -дихромные (● ● ● ●);

*Три бильярдных стола $\{S(3/6), S(4/6), S(5/6)\}$, $\{S(5/6), S(6/6), S(7/6)\}$, $\{S(7/6), S(2/6), S(3/6)\}$ связывает единый бильярдный граф (BG).

*Пересечения по $S(5/6), S(7/6), S(3/6)$ -предпосылки для закольцевания $T(N/6)$ в цилиндр.

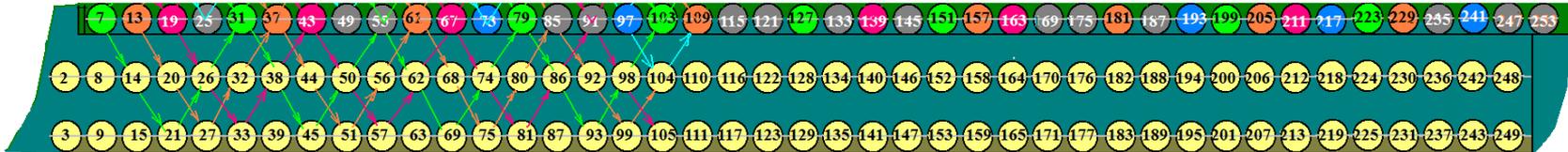
G-пары для S(2/6)

Для регулярных g-пара= $(p, p+7)$, для сингулярных- $(p, p+13, 19)$;
Сингулярные в S(2/6), у которых n-7-составное.



Сквозные ВТ на $T(N/6)$

Условно показан разрез цилиндра на 3 полосы вдоль его оси.



T(N/6) и VG на цилиндре

Биллиард натуральных на внутренней поверхности цилиндра

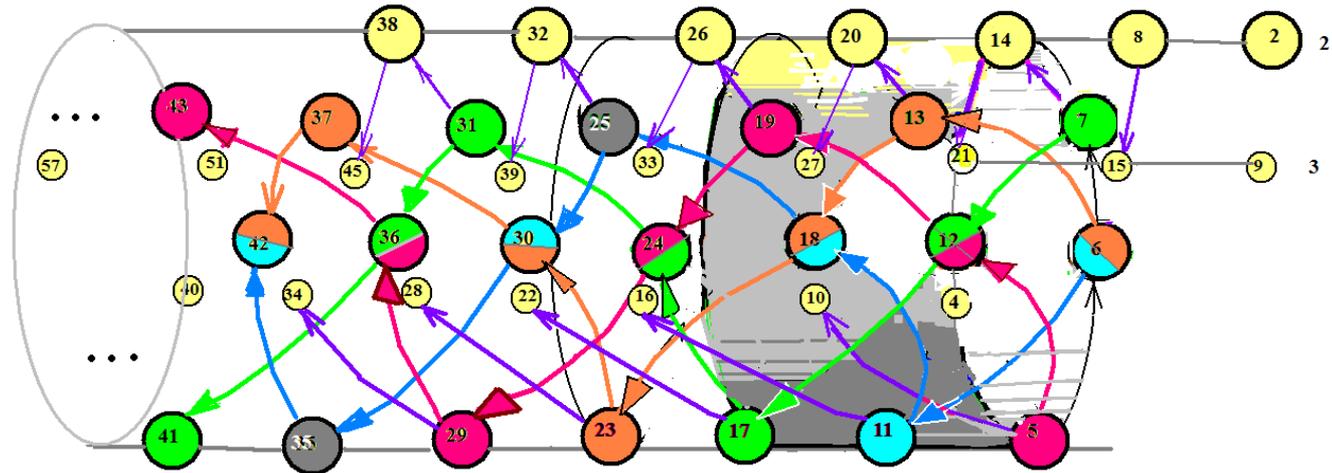


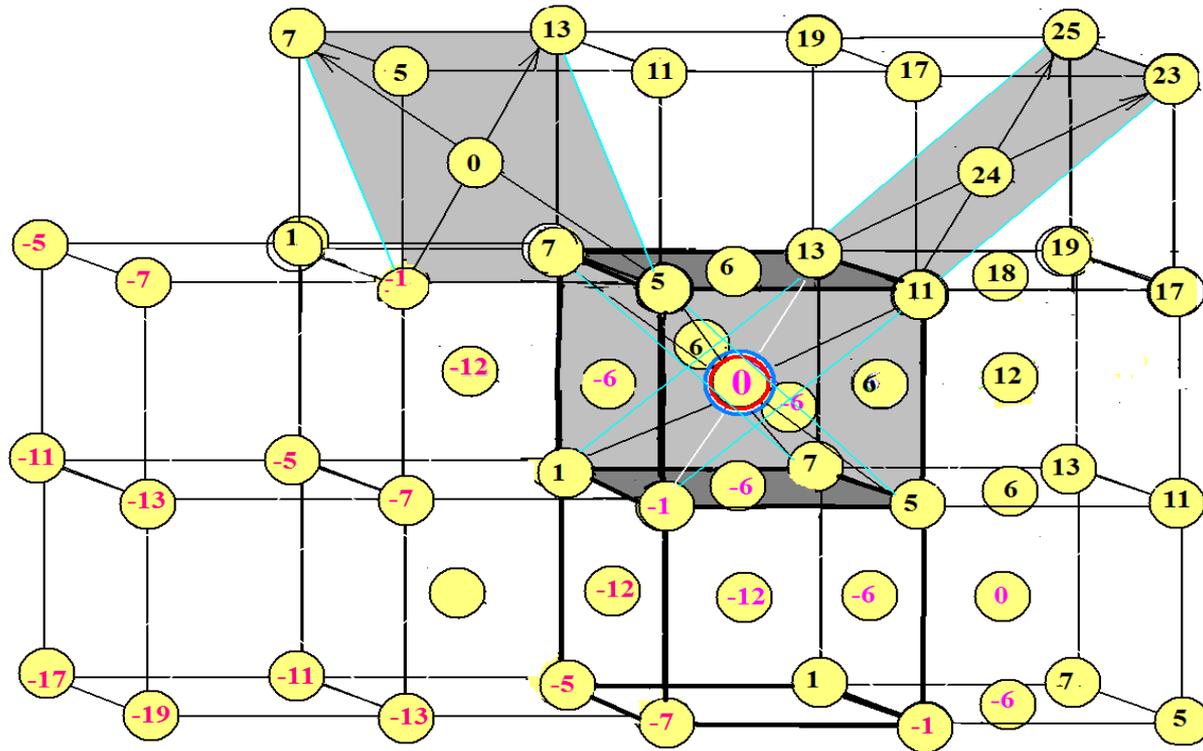
Рис. 8

Предпосылки более высоких размерностей ВГ и ВТ

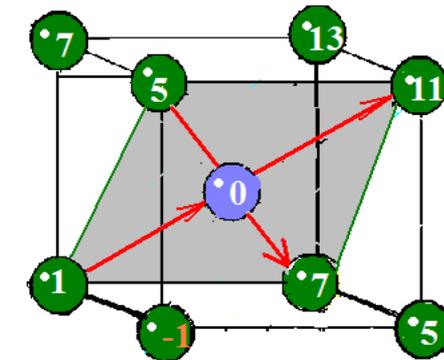
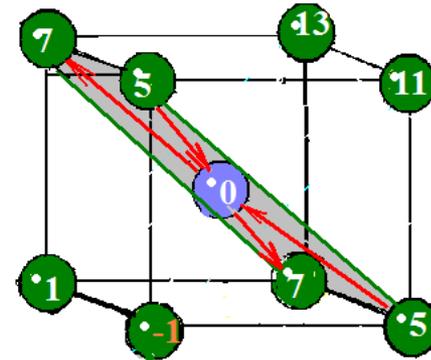
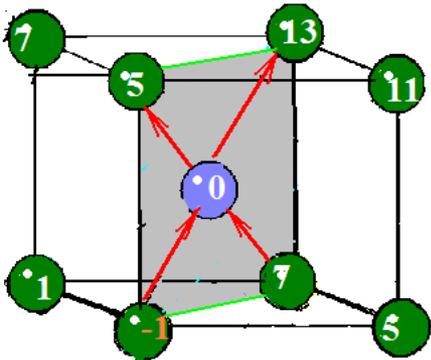
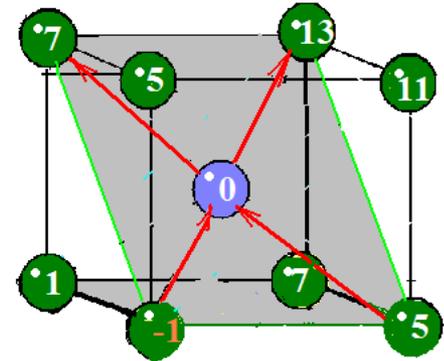
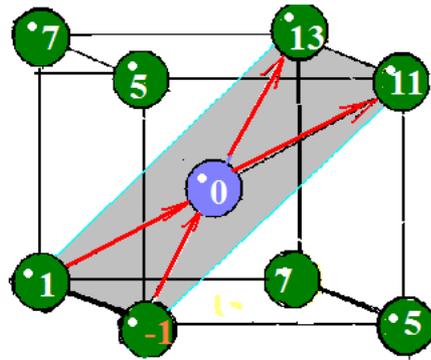
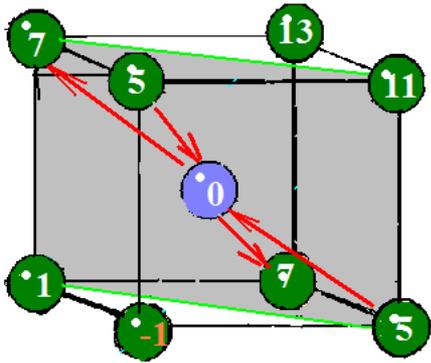
- Универсальное прием-отображение пространства на себя.
- В нашем случае отображение решетки натуральных на себя.
- Выше приведены примеры плоской квадратной решетки и двумерного многообразия с краем-поверхностью цилиндра.
- Для 3d-куба будем рассматривать арифметические прогрессии с разностью $d=6$ как для положительных, так и отрицательных натуральных.
- В результате образуется бесконечная в обе стороны полоса, показанная на следующих слайдах: $T(N_{\pm 0}/6)$;

От 2d ВГ к 3d ВГ.

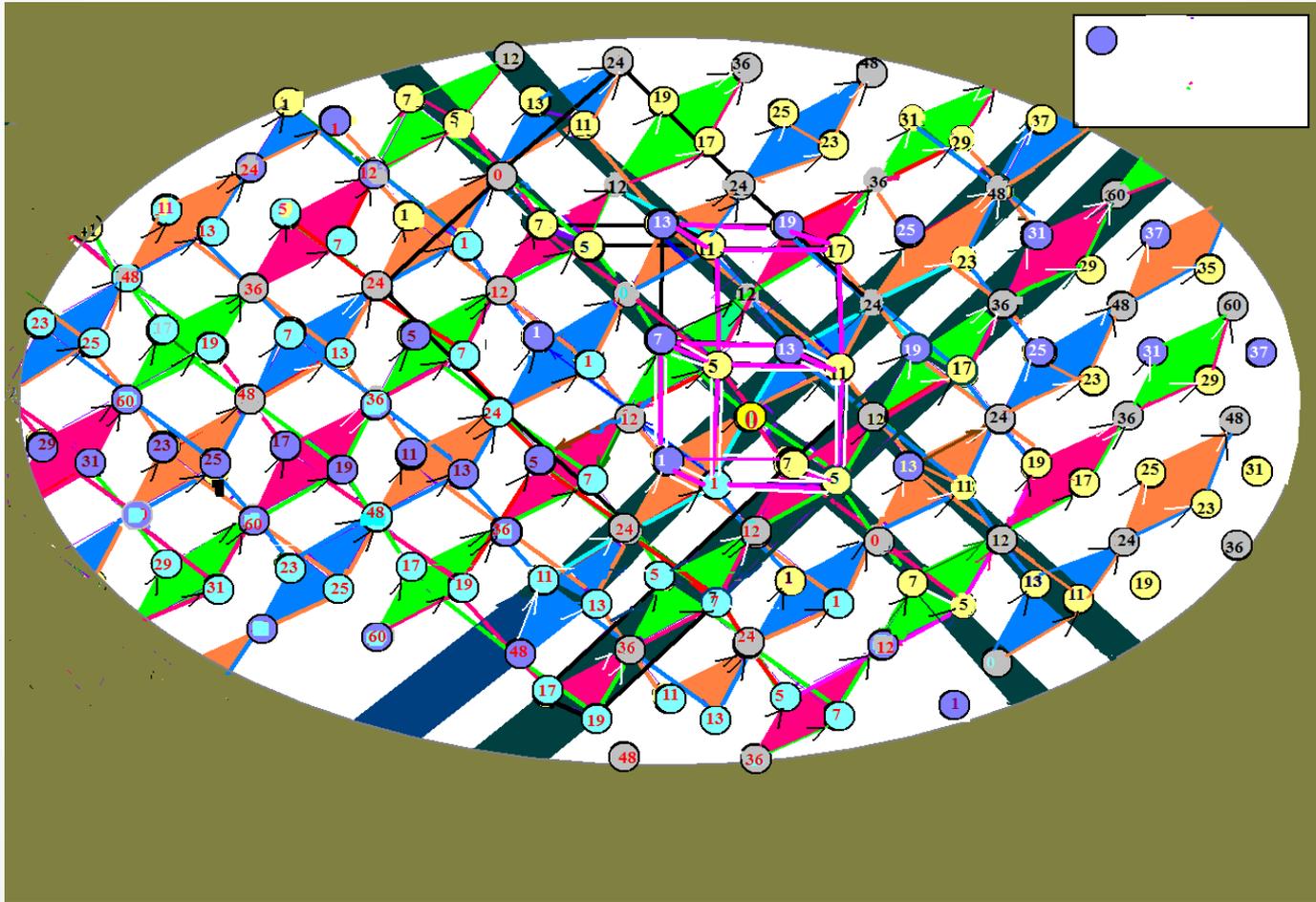
3d-куб и его диагональные сечения как дополнительная решетка для ребер 3d ВГ.



Дополнительные направления для ребер 3d VG

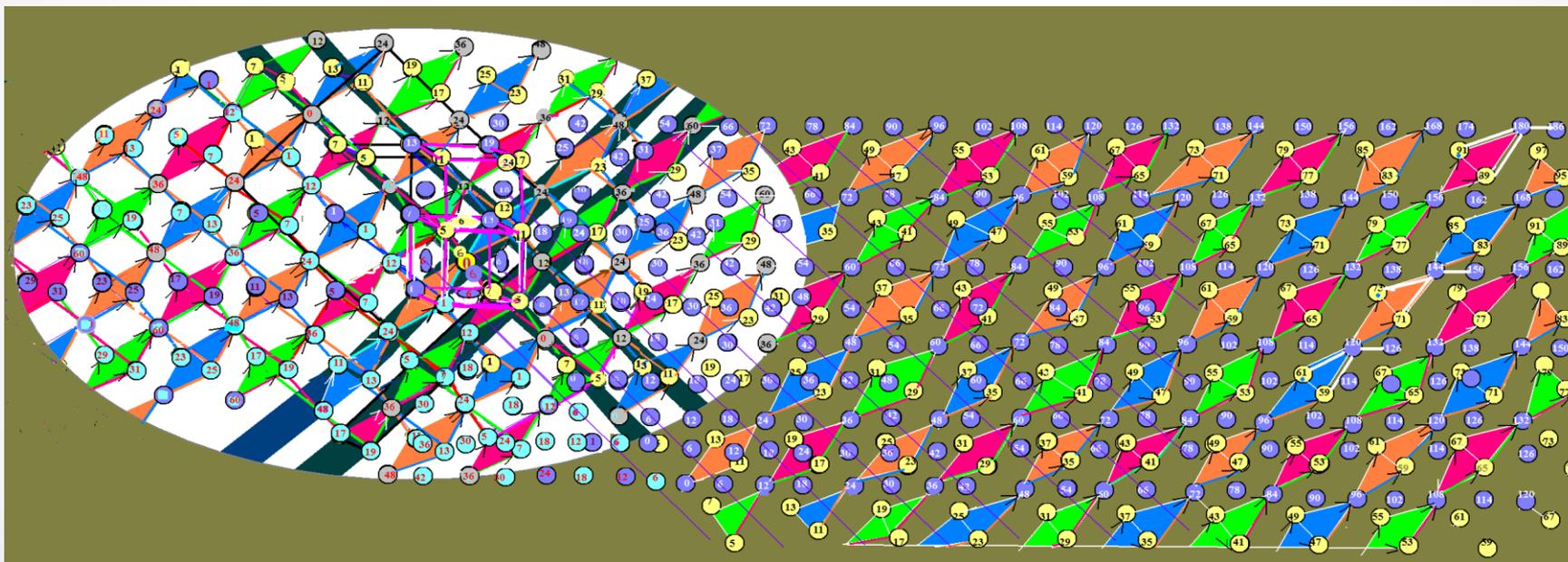


3d-модель ВГ



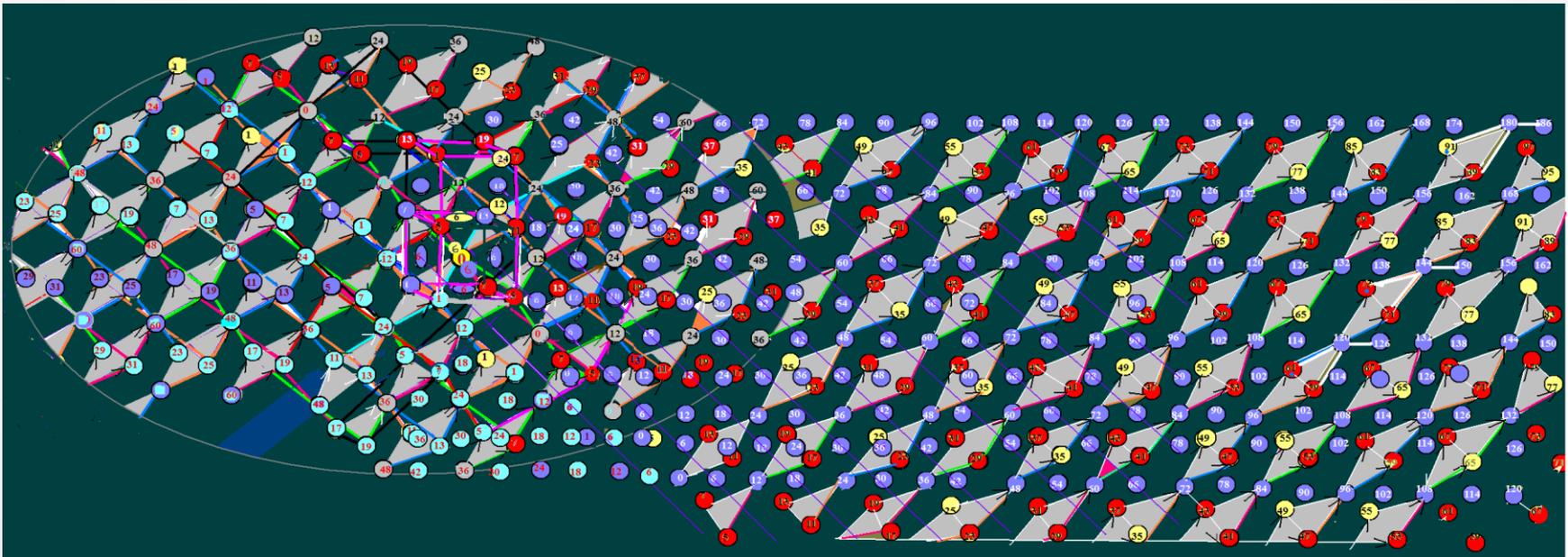
Периодическая хромодинамика аддитивности натуральных.

Показан срез 3d ВГ в один 3d-куб. Здесь видно например для 36 –новая g-пара:17+19, для 2d g-пары: 29+7,31+5;. 84 g-пара 41+43, в 2d 79+5 и т.д.



Доля простых в аддитивности натуральных в $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$

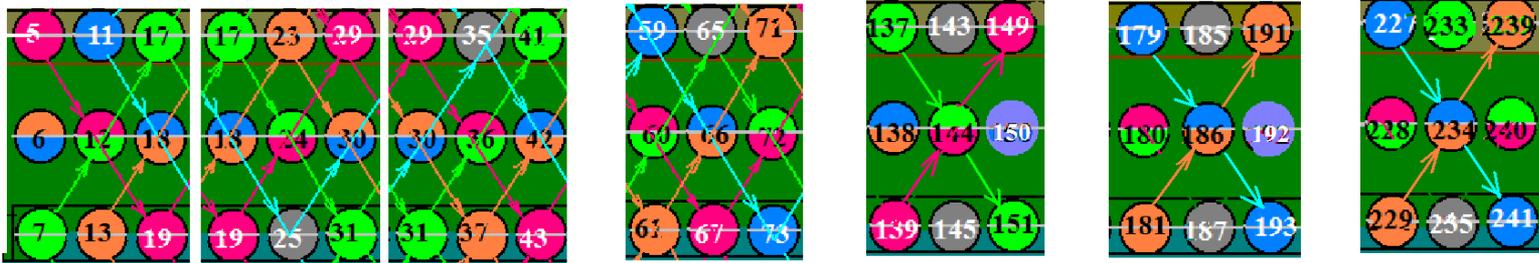
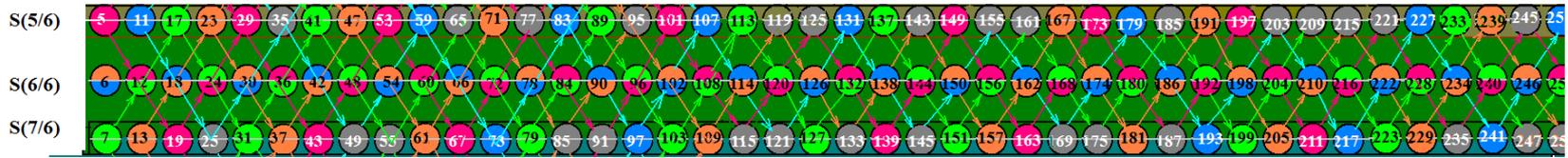
Вершины 3d ВГ с простыми – красного цвета.



Явление конфайнмента в ХДН.

Простые-близнецы через один столбец, возможны лишь пары:
Красный-зеленый и синий-желтый.

Четверка смежных монохромных(с дополнительным цветом) натуральных \cong кварк ?



Примеры конфайнмента ХДН в полосе S(5/6),S(6/6),S(7/6)

Конец презентации.